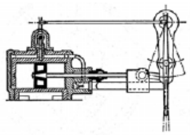
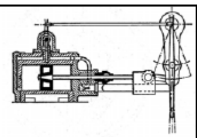
Chapitre 4



Asservissement des systèmes d'ordre 1 et 2

Plan



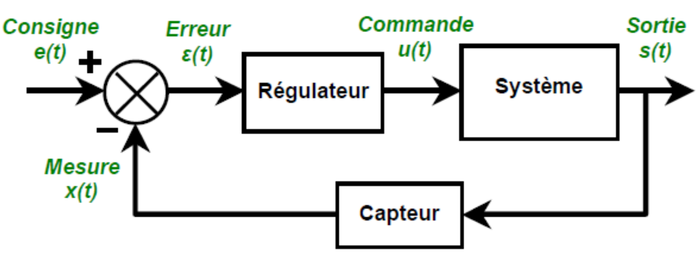
- 1. Contexte
- 2. Ordre 1
- 3. Ordre 2

Plan

- **1. Contexte**
- 2. Ordre 1
- 3. Ordre 2

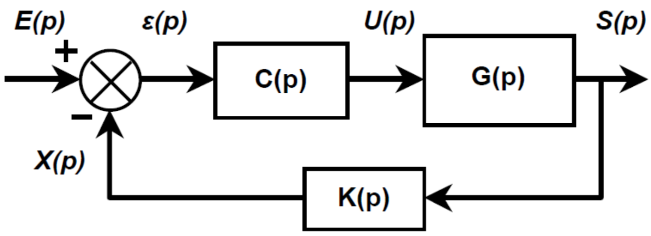
1. Contexte

- **Rappels : Système en boucle fermée**



1. Contexte

- **Rappels : Système en boucle fermée (Laplace)**

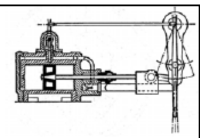


1. Contexte

- **Cas particulier à cette étude**

$$\begin{cases} C(p) = K \\ G(p) = H(p) \text{ (ordre 1 ou 2)} \\ K(p) = 1 \end{cases}$$

1. Contexte



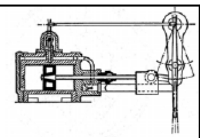
- **Cas particulier à cette étude**

$$\begin{cases} C(p) = K \\ G(p) = H(p) \text{ (ordre 1 ou 2)} \\ K(p) = 1 \end{cases}$$

Valeur réelle >0

Boucle fermée à retour unitaire

1. Contexte



- **Rappels (bis) :**
  - **Fonction de transfert d'un système en BF**

$$\boxed{T_{BF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{CD(p)}{1 + T_{BO}(p)} = \frac{C(p).G(p)}{1 + C(p).G(p).K(p)}}$$

Rq: ici donc

$$\boxed{T_{BF}(p) = \frac{K.H(p)}{1 + K.H(p)}}$$

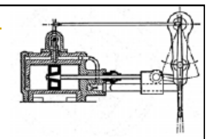
1. Contexte

- **Etudions maintenant l'influence concrète de cet asservissement sur les systèmes d'ordre 1 et 2**

Plan

- 1. Contexte
- **2. Ordre 1**
- 3. Ordre 2

2. Ordre 1



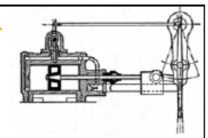
- **Rappel :**
  - **Fonction de transfert canonique**

$$\boxed{H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G}{1+\tau p}}$$

τ est la constante de temps du système (en seconde)

G est le gain statique du système (unité à définir en fonction des entrée/sortie)

2. Ordre 1



- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 1 :**

$$\boxed{T_{BF}(p) = \frac{K.H(p)}{1+K.H(p)}}$$

donc

$$T_{BF}(p) = \frac{K.\dfrac{G}{1+\tau p}}{1+K.\dfrac{G}{1+\tau p}} = \frac{KG}{1+\tau p+KG}$$

2. Ordre 1

- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 2 (mise sous forme canonique) :**

$$T_{BF}(p) = \frac{KG}{1+\tau p+KG} = \frac{KG}{1+KG+\tau p}$$

Ordre 1

Donc il existe G_{BF} et τ_{BF} tels que :

$$T_{BF}(p) = \frac{KG}{1+KG+\tau p} = \frac{G_{BF}}{1+\tau_{BF} p}$$

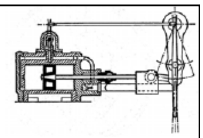
2. Ordre 1

- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 2 (mise sous forme canonique) :**

1. $$T_{BF}(p) = \frac{KG}{1+KG+\tau p} = \frac{G_{BF}}{1+\tau_{BF} p}$$

2. $$T_{BF}(p) = \frac{KG}{(1+KG)(1+\frac{\tau}{1+KG}p)} = \frac{\frac{KG}{1+KG}}{1+\frac{\tau}{1+KG}p}$$

2. Ordre 1

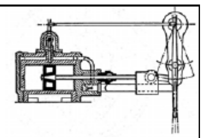


- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 2 (mise sous forme canonique) :**

3. Identification

$$T_{BF}(p) = \frac{G_{BF}}{1+\tau_{BF}\,p} = \frac{\dfrac{KG}{1+KG}}{1+\dfrac{\tau}{1+KG}\,p}$$

2. Ordre 1

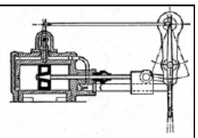


- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 2 (mise sous forme canonique) :**

3. Identification

Et donc : $\begin{cases} G_{BF} = \dfrac{KG}{1+KG} \\ \tau_{BF} = \dfrac{\tau}{1+KG} \end{cases}$ et $T_{BF}(p) = \dfrac{G_{BF}}{1+\tau_{BF}\,p}$

2. Ordre 1

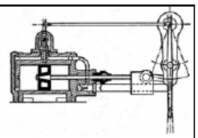


- **Fonction de transfert en BF**
  - **Commentaire n°1:**
    - Le système **est asservi** et l'erreur statique est donnée par (en considérant un échelon unitaire en entrée) :

$$\varepsilon(\%) = \frac{e(\infty) - s(\infty)}{e(\infty)}.100 = \left(1 - G_{BF}\right).100$$

$$\varepsilon(\%) = \left(1 - \frac{KG}{1+KG}\right).100$$

2. Ordre 1

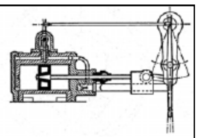


- **Fonction de transfert en BF**
  - **Commentaire n°2 :**
    - Sachant que K et G sont > 0 :

$$\tau_{BF} = \frac{\tau}{1+KG} < \tau$$

Le système est donc plus rapide

2. Ordre 1



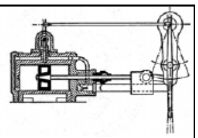
- **Fonction de transfert en BF**
  - **Commentaire n°3 :**
    - **Si *K*→+∞**

$$\lim_{K\to+\infty} \tau_{BF} = \lim_{K\to+\infty} \frac{\tau}{1+KG} = 0$$

$$\lim_{K\to+\infty} G_{BF} = \lim_{K\to+\infty} \frac{KG}{1+KG} = 1 \text{ et donc } \lim_{K\to+\infty} \varepsilon(\%) = 0\%$$

Le système est parfaitement asservi (à un échelon en entrée correspond un échelon unitaire en sortie)

2. Ordre 1



- **Fonction de transfert en BF**
  - **Commentaire n°3 :**
    - **Si *K*→+∞**

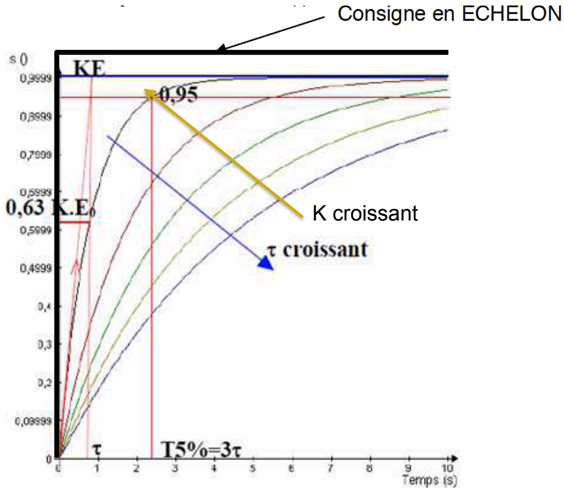
$$\lim_{K\to+\infty} \tau_{BF} = \lim_{K\to+\infty} \frac{\tau}{1+KG} = 0$$

$$\lim_{K\to+\infty} G_{BF} = \lim_{K\to+\infty} \frac{KG}{1+KG} = 1 \text{ et donc } \lim_{K\to+\infty} \varepsilon(\%) = 0\%$$

UN TEL SYSTEME EST IRREALISABLE EN PRATIQUE (limites techniques)

2. Ordre 1

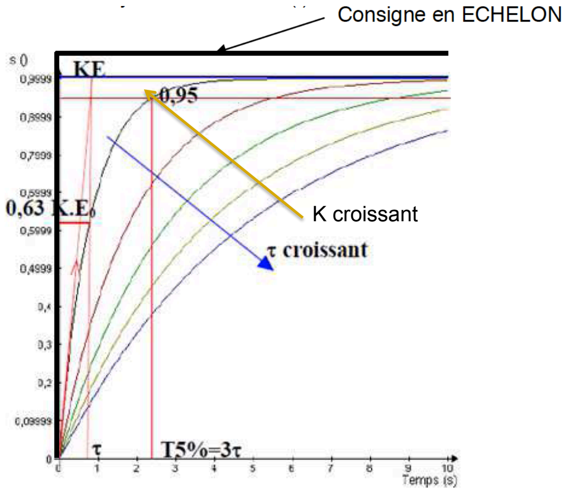
- **Fonction de transfert en BF**
  - **Illustration**



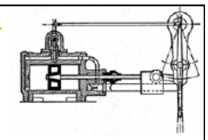
2. Ordre 1

- **Fonction de transfert en BF**
  - **Illustration**

- Maîtrise de l'erreur statique
- Augmentation de la rapidité du système

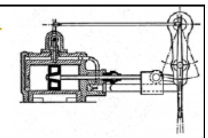


Plan



- 1. Contexte
- 2. Ordre 1
- **3. Ordre 2**

3. Ordre 2



- **Rappel :**
  - **Fonction de transfert canonique**

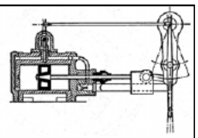
$$\boxed{H(p)=\frac{G}{1+\frac{2m}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}}$$

ω_0 pulsation propre du système (rad.s^{-1})

m facteur d'amortissement (sans unité)

G gain statique du système (unité à définir)

3. Ordre 2



- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 1 :**

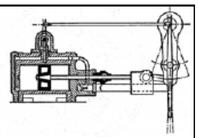
$$\boxed{T_{BF}(p) = \frac{K.H(p)}{1+K.H(p)}}$$

donc

$$T_{BF}(p) = \frac{K.\dfrac{G}{1+\dfrac{2m}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}}{1+K.\dfrac{G}{1+\dfrac{2m}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}} = \frac{KG}{1+\dfrac{2m}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}+KG}$$

Aymeric Histace 25

3. Ordre 2



- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 2 (mise sous forme canonique) :**

Ordre 2

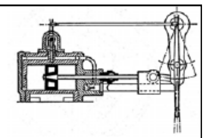
$$T_{BF}(p) = \frac{KG}{1+\dfrac{2m}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}+KG} = \frac{KG}{1+KG+\dfrac{2m}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Donc il existe G_{BF}, ω_{BF} et m_{BF} tels que :

$$T_{BF}(p) = \frac{KG}{1+KG+\dfrac{2m}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{G_{BF}}{1+\dfrac{2m_{BF}}{\omega_{BF}}p+\dfrac{p^2}{\omega_{BF}^2}}$$

Aymeric Histace 26

3. Ordre 2



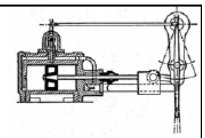
- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 2 (mise sous forme canonique) :**

$$T_{BF}(p) = \frac{KG}{(1+KG)\left(1 + \frac{2m}{\omega_0(1+KG)}p + \frac{p^2}{\omega_0^2(1+KG)}\right)}$$

soit

$$T_{BF}(p) = \frac{\frac{KG}{1+KG}}{1 + \frac{2m}{\omega_0(1+KG)}p + \frac{p^2}{\omega_0^2(1+KG)}}$$

3. Ordre 2

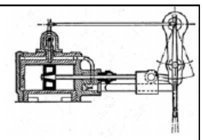


- **Fonction de transfert en BF**
  - **Etape 2 (mise sous forme canonique) :**

Identification

$$\begin{cases} G_{BF} = \dfrac{KG}{1+KG} \\ \dfrac{2m_{BF}}{\omega_{BF}} = \dfrac{2m}{\omega_0(1+KG)} \\ \dfrac{1}{\omega_{BF}^2} = \dfrac{1}{\omega_0^2(1+KG)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} G_{BF} = \dfrac{KG}{1+KG} \\ m_{BF} = \dfrac{m}{\sqrt{1+KG}} \\ \omega_{BF} = \omega_0\sqrt{1+KG} \end{cases}$$

3. Ordre 2



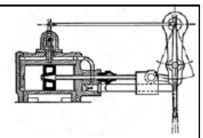
- **Fonction de transfert en BF**
  - **Commentaire n°1:**
    - Le système **est asservi** et l'erreur statique est donnée par (en considérant un échelon unitaire en entrée) :

$$\varepsilon(\%) = \frac{e(\infty) - s(\infty)}{e(\infty)}.100 = (1 - G_{BF}).100$$

$$\varepsilon(\%) = \left(1 - \frac{KG}{1+KG}\right).100$$

Idem Système Ordre 1

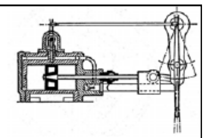
3. Ordre 2



- **Fonction de transfert en BF**
  - **Commentaire n°2 :**
    - Sachant que K et G sont > 0 :

$$m_{BF} = \frac{m}{\sqrt{1+KG}} < m$$

3. Ordre 2

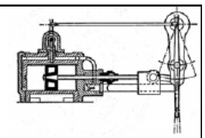


- **<u>Fonction de transfert en BF</u>**
  - **<u>Commentaire n°2 :</u>**
    - Sachant que K et G sont > 0 :

$$m_{BF} = \frac{m}{\sqrt{1+KG}} < m$$

Le système perd donc en stabilité avec le risque d'apparition d'oscillations (résonance)

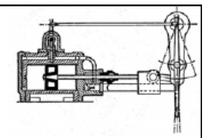
3. Ordre 2



- **<u>Fonction de transfert en BF</u>**
  - **<u>Commentaire n°3 :</u>**
    - Sachant que K et G sont > 0 :

$$\omega_{BF} = \omega_0 \sqrt{1+KG} > \omega_0$$

3. Ordre 2



Fonction de transfert en BF

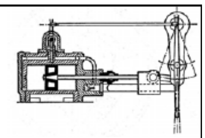
Commentaire n°3 :

- Sachant que K et G sont > 0 :

$$\omega_{BF} = \omega_0 \sqrt{1+KG} > \omega_0$$

La bande passante du système augmente ; il devient plus réactif (voir illustration)

3. Ordre 2



Fonction de transfert en BF

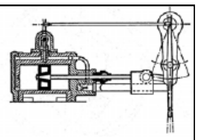
Commentaire n°4 :

- **Si *K*→+∞**

$$\lim_{K\to+\infty} G_{BF} = \lim_{K\to+\infty} \frac{KG}{1+KG} = 1 \text{ et donc } \lim_{K\to+\infty} \varepsilon(\%) = 0\%$$

$$\lim_{K\to+\infty} m_{BF} = \lim_{K\to+\infty} \frac{m}{\sqrt{1+KG}} = 0 \qquad \text{(Oscillateur)}$$

$$\lim_{K\to+\infty} \omega_{BF} = \lim_{K\to+\infty} \omega_0 \sqrt{1+KG} = +\infty \quad \text{(Bande passante infinie)}$$



3. Ordre 2

- **Fonction de transfert en BF**
  - **Illustration**